

VRSTEVNICE FUNKCE, OTEVŘENÉ A UZAVŘENÉ MNOŽINY

Určete a nakreslete definiční obor a vrstevnice funkcí:

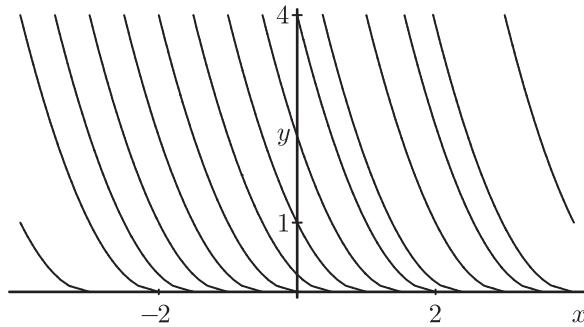
1. $f(x, y) = x + \sqrt{y}$
2. $f(x, y) = x^2 + y^2$
3. $f(x, y) = \frac{y}{x}$
4. $f(x, y) = x^2 - y^2$
5. $f(x, y) = \sqrt{xy}$
6. $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$
7. $f(x, y) = |x| + y$
8. $f(x, y) = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)}$
9. $f(x, y) = \operatorname{sgn}(\sin x \cdot \sin y)$
10. $f(x, y) = \sqrt{(x^2 + y^2 - 1)(4 - x^2 - y^2)}$

Rozhodněte, zda následující množiny jsou otevřené eventuálně uzavřené a určete vnitřek, uzávěr, hraniči.

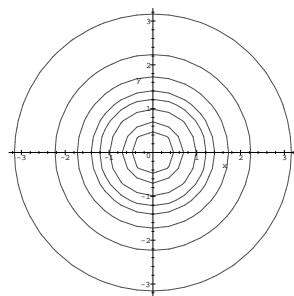
11. $B_1 = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x > 0, y \leq 0\}$
12. $B_2 = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 < 1\}$
13. $B_3 = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 \geq 1\}$
14. $B_4 = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + e^y > 17\}$
15. $B_5 = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 + 2xy = 5\}$
16. $B_6 = \{[x, y, z] \in \mathbf{R}^3; x \geq 0, y > 0, x + y = 2, z \leq 0\}$

NĚKTERÉ VÝSLEDKY

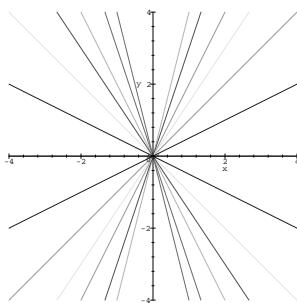
1.



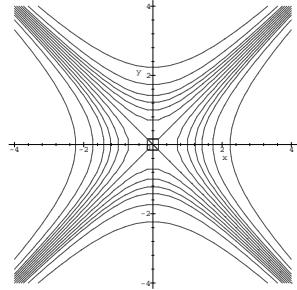
2.



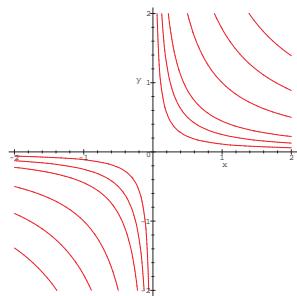
3.



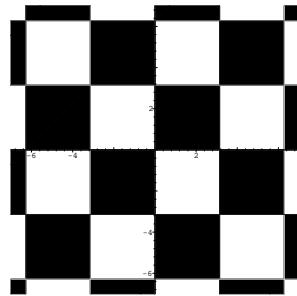
4.



5.



9.



- 11.** B_1 není otevřená ani uzavřená, $\text{int } B_1 = (0, +\infty) \times (-\infty, 0)$, $\overline{B_1} = \langle 0, +\infty \rangle \times (-\infty, 0)$, $H(B_1) = \{0\} \times (-\infty, 0) \cup \langle 0, +\infty \rangle \times \{0\}$
- 12.** B_2 je otevřená a není uzavřená, $\text{int } B_2 = B_2$, $\overline{B_2} = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$, $H(B_2) = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 = 1\}$
- 13.** B_3 není otevřená a je uzavřená, $\text{int } B_3 = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 > 1\}$, $\overline{B_3} = B_3$, $H(B_3) = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 = 1\}$
- 14.** B_4 je otevřená a není uzavřená, $\text{int } B_4 = B_4$, $\overline{B_4} = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + e^y \geq 17\}$, $H(B_4) = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + e^y = 17\}$
- 15.** B_5 není otevřená a je uzavřená, $\text{int } B_5 = \emptyset$, $\overline{B_5} = B_5$, $H(B_5) = B_5$
- 16.** B_6 není otevřená ani uzavřená, $\text{int } B_6 = \emptyset$, $\overline{B_6} = \{[x, y, z] \in \mathbf{R}^3; x \geq 0, y \geq 0, x + y = 2, z \leq 0\}$, $H(B_6) = \overline{B_6}$